Slovní úlohy

Někdy bývá zadání slovní úlohy dlouhé. Jak se v něm neztratit?

Klíčem ke správnému řešení slovních úloh je zápis, bez něho se snadno v úloze ztratíte. Příliš dlouhý zápis vás ale zase obere o drahocenný čas. Ukážeme si tedy, jak by měl zápis správně vypadat. Dobrou pomůckou je i nákres – část informací, které byste si museli pamatovat, převedete do obrázku a hned máte o úloze jasnější představu.

Vypočtěte:

Tatínek koupil dvoje kleště, šedesát hřebíků, pět šroubováků a tři kladívka. Víme, že kladívko stojí 160 Kč, kleště 220 Kč, šroubovák 105 Kč a jeden hřebík 3 Kč.

a) Kolik stál celý nákup?

b) Kolik mu vrátil prodavač na bankovku v hodnotě 2 000 Kč?

Tato základní slovní úloha není těžká početně, ale nesmíte se v ní ztratit. Proto doporučujeme po přečtení zapsat, co tatínek koupil a v jakém počtu. Následně, hned jak čteme ceny jednotlivých předmětů, si je do zápisu přidáme. Ideálně tak nemusíme úlohu už znovu číst.

Dostaneme tak:

Kleště … 2 · 220 Kč
Hřebíky … 60 · 3 Kč
Šroubováky … 5 · 105 Kč
Kladívka … 3 · 160 Kč

Nyní můžete snadno sečíst, kolik tatínka stály předměty.

Dohromady…440 Kč + 180 Kč + + 525 Kč + 480 Kč

Posčítáme a dostaneme 1 625 Kč.

Vráceno…2 000 Kč - 1 625 Kč = = 375 Kč

a) Nákup stál **1 625 Kč**.

b) Prodavač mu vrátil **375 Kč**.

Následující slovní úloha pro pátou třídu se objevuje velice často, anebo bývá součástí větších a složitějších úloh. Půjde o rozdělení celku na dvě části, které nemusí být stejně velké.

Vypočtěte:

Do třídy chodí 32 dětí, děvčat je o 6 více než chlapců. Kolik chodí do třídy děvčat?

Máme 32 dětí rozdělit na dvě části, takže rozumný začátek je dělit dvěma. Zjistíme tak, kolik by bylo děvčat a chlapců, pokud by jich bylo stejně 32 : 2 = 16. Když nyní budeme z jedné části děti přesouvat do druhé, zajistíme, že jich bude pořád dohromady 32, tím splníme jednu část zadání. Kolik dětí ale přesunout? Častou začátečnickou chybou je přesunutí 6 dětí.

Podívejte se ale, co se stane. Děvčat by tak bylo 16 + 6 = 22 a chlapců by bylo 16 – 6 = 10. To sice je dohromady 32 dětí, ale děvčat by bylo o 12 více než chlapců! My ale chceme, aby jich bylo jen o 6 více. Vidíte, že je důležité udělat si zkoušku, abyste měli jistotu, že počítáte správně.

Správný postup tak je, že musíme z jedné poloviny dětí přesunout jen polovinu požadovaného rozdílu. Děvčat je 16 + 3 = 19 a chlapců je 16 – 3 = 13.

Vidíte, že je to dohromady 32 dětí (= 19 + 13) a také vidíte, že děvčat je o 6 více než chlapců (= 19 – 13).

Stejný výsledek dostanete, pokud od celku odečtete požadovaný rozdíl a výsledek teprve potom vydělíte dvěma. Dostanete tak velikost menší skupiny:

(32 – 6) : 2 = 13.

Další typickou úlohou je přímá úměrnost. Ukážeme si to na příkladu, kde 1 slepička snese za týden 5 vajec, a chceme vědět, kolik vajíček snese za 4 týdny. Můžeme sice za každý týden připočítat 5 vajec, ale myšlenka přímé úměrnosti je, že pokud stejná slepička snáší 4krát delší dobu, tak snese také 4krát více vajec.

Vypočítejte:

4 slepice snesou za 4 dny 4 vejce. Kolik vajec snese 8 slepic za 8 dní?

Pokud se nad touto úlohou zamyslíte málo, necháte se nachytat, protože byste si mohli myslet, že tam budou zase tři stejná čísla, takže odpověď bude 8 vajec. A to je špatně! Když se zamyslíte trochu více, přijdete na to, že jde dokonce o 2 přímé úměrnosti. Protože se nám mění hned 2 veličiny (počet slepic a počet dní). My musíme postupovat krok za krokem a vždy měnit jen jednu.

Pokud 4 slepice snesou za 4 dny 4 vejce, tak 2krát více slepic snese za stejné 4 dny 2krát více vajec, tedy 8 vajec (= 2 · 4).

Proto:

8 slepic … 4 dny … 8 vajec.

A pokud těch stejných 8 slepic bude snášet také 2krát déle, tak snesou opět 2krát více vajec, tudíž 16 vajec (= 2 · 8).

Takže

8 slepic … 8 dní … 16 vajec.

Nejdůležitější rada na závěr:

Nikdy se nevzdávejte a o každý příklad bojujte. I když si s úlohou nebudete vědět rady, vždy to zkuste. Dosazujte za výsledek různá čísla a zkoušejte, jestli výsledek je správně a pokud ne tak zjišťujte, zda je třeba zvolené číslo zvětšit, nebo zmenšit. Každá úloha ale má řešení, tak se ho snažte nalézt za každou cenu.

MATEMATIKA 5. TŘÍDA

30 lekcí a cvičení k přijímacím zkouškám

Rovnice je základ

Bez rovnic se žádná písemka pro devátou třídu neobejde

MATEMATIKA 9. TŘÍDA

Rovnice je rovnost dvou výrazů se znaménkem = mezi stranami.

U přijímaček čekejte rovnici s jednou neznámou a naším úkolem je zjistit, jaké číslo se za neznámou schovává, aby výrazy na obou stranách rovnice měly stejnou hodnotu.

Například: $x + 1 = 5x - 11$

Neznámou v tomto případě je x. Může se za ní schovávat libovolné reálné číslo.

Pokud např. $x = 1$, tak hodnota výrazu vlevo je 1 + 1 = 2, ale hodnota výrazu vpravo je 5 · 1 – 11 = – 6. Vidíme tak, že pro hodnotu neznámé $x = 1$ mají obě strany rovnice jinou hodnotu. Ale pokud je neznámá $x = 3$, tak hodnota výrazu vlevo je 3 + 1 = 4 a hodnota výrazu vpravo je 5 · 3 – 11 = 4. Obě strany rovnice tak mají stejnou hodnotu a to znamená, že **číslo 3 je řešením naší rovnice**. Žádné jiné číslo už tuto rovnici nesplňuje.

Některé rovnice mají **více než jedno řešení**. Pak ale platí, že jich mají nekonečně mnoho, tj. každé reálné číslo je řešením takové rovnice. **Například:**

$$3x+\frac{12x+10}{6}=5\left(x+\frac{1}{3}\right)$$

Můžete zkoušet dosazovat různá čísla a vždy bude mít její pravá i levá strana stejnou hodnotu.

Existují ovšem i rovnice, které **žádné řešení nemají**. Do takové rovnice pak můžete dosazovat libovolná reálná čísla, která existují, ale nikdy se vám nepodaří, aby pravá i levá strana měly stejnou hodnotu. **Příklad** takové rovnice: $6x - 3\cdot(x + 1) = 3\cdot(x - 4) + 2$

Víme tedy, co je rovnice, co je řešení rovnice a nyní tedy začneme se samotným řešením. Rovnici upravujeme tak, aby všechny **neznámé** byly jen **na jedné straně** rovnice a aby **všechna čísla** byla **na druhé**. Toho dosáhneme tím, že se nejprve zbavíme závorek a zlomků a pak tedy převedeme neznámé na jednu stranu rovnice a čísla na druhou. To provádíme pomocí *ekvivalentních úprav,* tj. můžeme k celé rovnici přičíst nebo odečíst libovolné číslo a můžeme celou rovnici vynásobit nebo vydělit **nenulovým** číslem.

Ukážeme si to na příkladech.

Řešte rovnici:

$$(3-x)\cdot\frac{2}{3}=x-\frac{1}{2}$$

Nejprve se zbavíme zlomků, a to tak, že rovnici vynásobíme společným (ideálně nejmenším) násobkem všech jmenovatelů. Ve jmenovatelích je číslo 2 a 3, takže násobíme číslem 6.

Díky tomu dostaneme toto:

$(3 - x)\cdot 4 = 6x - 3$

Tady pozor, studenti občas násobí šestkou i vnitřek závorky. To je ale chyba, protože součin představuje jeden člen. Takže šestku, kterou jsme násobili, jsme „spotřebovali“ na násobení zlomku $\left(\frac{2}{3}\right)$ a závorka už zůstane tak, jak je.

Nyní se snadno zbavíme závorky tím, že ji prostě roznásobíme, a dostaneme tak $12 - 4x = 6x - 3$. Teď už chybí poslední krok, a to převést neznámé na jednu stranu (vybrali jsme vpravo) a všechna čísla na druhou (tedy vlevo). Musíme tedy k celé rovnici přičíst $4x$ a také přičíst číslo 3.

Tím dostaneme $12 + 3 = 6x + 4x$. Když členy posčítáme, dostaneme $15 = 10x$. A protože nás zajímá hodnota jednoho x, vydělíme celou rovnici číslem 10. Tak dostaneme hledané řešení $\boldsymbol{x = 1{,}5}$.

Ještě zbývá udělat zkoušku, abychom se ujistili, že jsme počítali správně. Dosadíme proto číslo 1,5 za neznámou x do obou stran rovnice v zadání:

$$L(1{,}5)=1{,}5\cdot\frac{2}{3}=\frac{3}{3}=1$$

$$P(1{,}5)=1{,}5-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$$

Studenti často považují zkoušku za nutnou povinnost. Vídali jsme u nich častý nešvar, že špatně vyřešili rovnici, pak počítali zkoušku a ta jim pochopitelně nevyšla, a tak se rozhodli vše přeškrtat a napsat $L = P$. Tím ale pouze dosáhli toho, že měli špatně spočítanou úlohu a ani si svoji chybu neopravili.

Zkoušku rozhodně neodbývejte. Pokud vám nevyjde, hezky jí naopak poděkujte, že vám ukázala chybu, a rovnici vyřešte znovu a pečlivěji.

Řešením rovnice může také být **nula**. Tuto situaci často studenti zaměňují s tím, že rovnice nemá řešení, ale není to pravda.

Například:

Řešte rovnici:

$5\cdot(4x - 3) = 20\cdot(0{,}5x - 0{,}25)\cdot 2$

Tato rovnice vypadá celkem snadno, stačí roznásobit závorky, převést neznámé na jednu stranu a čísla na druhou:

$$5\cdot(4x - 3) = 20\cdot(0{,}5x - 0{,}25)\cdot 2$$
$$20x - 15 = 20x - 10$$
$$0x = 5$$
$$0 = 5$$

V této rovnici se ale stalo, že neznámá zmizela a rovnice tvrdí, že čísla 0 a 5 jsou stejná. To ale evidentně není pravda. Tento zápis znamená, že rovnice **nemá řešení**. Zkrátka žádné číslo není řešením této rovnice.

Řešte rovnici:

$$\frac{x}{2}-\frac{4+2x}{5}=\frac{-8+x}{10}$$

Jedná se o rovnici se zlomky, proto se jich zbavíme a pak opět převádíme neznámé na jednu stranu rovnice a čísla na druhou.

$$\frac{x}{2}-\frac{4+2x}{5}=\frac{-8+x}{10}\qquad /\cdot 10$$
$$5x-2(4+2x)=-8+x$$
$$5x-8-4x=-8+x$$
$$x-8=x-8\qquad /-x+8$$
$$0=0$$

Častou chybou studentů po násobení rovnice desítkou bývá opomenutí závorky kolem čitatele 4 + 2x.

Před zlomkem, kde tento čitatel byl, ale bylo mínus a tak nesmíme zapomenout, že celého (!) čitatele budeme násobit číslem –2, proto je ta závorka důležitá.

Opět, jako v minulé rovnici, nám zcela zmizela neznámá, ale tentokrát nevyšel nesmysl, naopak dostali jsme rovnost 0 = 0 a ta pravdivá je. To znamená, že rovnice má **nekonečně mnoho** řešení.

Tím jsme si ukázali všechny možnosti výsledku rovnic, se kterými se můžeme setkat a také nejčastější chyby.

Procvičte se v probrané látce

1. Děti ve třídě směňují tři druhy bonbonů – kyselé, karamelové a mentolové. Za jeden kyselý bonbon jsou tři karamelové a za sedm mentolových jsou čtyři karamelové. Vypočtěte, kolik mentolových bonbonů lze směnit za čtyři kyselé bonbony.

2. Miloš každý měsíc ujede na kole 300 km a Norbert za měsíc ujede o 60 km více.

2.1 Norbert ujel 2 520 km. Vypočtěte, kolik za tu dobu ujel Miloš.

2.2 Dohromady ujeli 1 980 km. Vypočtěte, kolik měsíců museli jezdit.

3. Dětský tým získal celkem 76 medailí. Každý chlapec z týmu získal 2 medaile a každé děvče získalo 4 medaile. V týmu bylo o 4 chlapce méně než dívek. Určete, kolik dětí bylo v týmu.

A) 12 B) 15 C) 18 D) 21
E) 24 F) 27 G) 30 H) 33

4. Na výstavu hraček přišlo za dva dny 2 156 návštěvníků. Zjistěte, kolik návštěvníků přišlo první den, víte-li, že druhý den přišlo o 162 návštěvníků méně než den první.

A) 997 B) 1 159 C) 916
D) 1 240 E) jiný výsledek

5. Pět chlapců unese 60 učebnic. Kolik učebnic unese 8 chlapců?

A) 62 B) 72 C) 68
D) 84 E) jiný výsledek

ŘEŠENÍ:

1. 1 kyselý … 3 karamelky
4 kyselé … 12 karamelek
4 karamelky … 7 mentolových
12 karamelek … 21 mentolových
4 kyselé … 21 mentolových
Za 4 kyselé bonbony lze směnit **21 mentolových bonbonů**.

2.1 Norbert ujede měsíčně … 360 km (= 300 km + 60 km)
Norbert jezdí … 7 měsíců (= 2 520 km : 360 km)
Miloš jezdí … 7 měsíců
Miloš ujede … 2 100 km (= 7 · 300 km)
Miloš za stejnou dobu ujede **2 100 km**.

2.2 za měsíc spolu ujedou … 660 km (= 300 km + 360 km)
jezdili … 3 měsíce (= 1 980 km : 660 km)
Společně museli jezdit **3 měsíce**.

3. E) 4 děvčata … 16 medailí (medaile od děvčat navíc, která nemají dvojici s chlapcem)
1 dvojice…6 medailí (2 + 4); počet dvojic … (76 – 16) : 6 = 10
zkouška:
10 chlapců … 20 medailí 14 děvčat … 56 medailí …
… 10 + 14 = **24 dětí**

4. B) 2 156 : 2 = 1 078 162 : 2 = 81
1. den … 1 078 + 81 = 1 159
2. den … 1 078 – 81 = 997
Zkouška: 1 159 – 997 = 162
1 159 + 997 = 2 156

5. E) 5 chlapců… 60 učebnic; 1 chlapec … 12 učebnic (60 : 5)
8 chlapců … 8 · 12 = **96 učebnic**

Procvičte se v probrané látce

Řešte rovnice:

1. $6\cdot(0{,}2x\cdot x - 0{,}3) = 1{,}2x^2 - 2\cdot(4x - 11{,}1)$

2. $\dfrac{7{,}5x-2}{9}-3=\dfrac{1+x}{2}+\dfrac{x}{3}$

3. $-\dfrac{5}{2}\cdot\dfrac{x}{4}=\dfrac{4}{15}$

4. $\dfrac{x-9}{4}-\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{3}{4}\right)=\dfrac{3x-15}{10}$

ŘEŠENÍ:

1. $6\cdot(0{,}2x\cdot x - 0{,}3) = 1{,}2x^2 - 2\cdot(4x - 11{,}1)$
$1{,}2x^2 - 1{,}8 = 1{,}2x^2 - 8x + 22{,}2$
$8x = 24$
$\boldsymbol{x = 3}$
$L(3) = 6\cdot(0{,}2\cdot 3\cdot 3 - 0{,}3) = 6\cdot(1{,}8 - 0{,}3) = 6\cdot 1{,}5 = 9$
$P(3) = 1{,}2\cdot 9 - 2\cdot(12 - 11{,}1) = 10{,}8 - 2\cdot 0{,}9 = 10{,}8 - 1{,}8 = 9$

2.
$$\frac{7{,}5x-2}{9}-3=\frac{1+x}{2}+\frac{x}{3}\qquad /\cdot 18$$
$$2(7{,}5x-2)-54=9(1+x)+6x$$
$$15x-4-54=9+9x+6x$$
$$-58=9$$
Rovnice **nemá řešení**.

3.
$$-\frac{5}{2}\cdot\frac{x}{4}=\frac{4}{15}$$
$$-\frac{5x}{8}=\frac{4}{15}\qquad /\cdot 8$$
$$-5x=\frac{32}{15}\qquad /:5$$
$$x=-\frac{\mathbf{32}}{\mathbf{75}}$$
$$L\left(-\frac{32}{75}\right)=-\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\left(-\frac{32}{75}\right)=$$
$$=-\frac{\cancel{5}}{\cancel{2}}\cdot\frac{1}{\cancel{4}}\cdot\left(-\frac{\cancel{32}^{\,4}}{\cancel{75}_{\,15}}\right)=\frac{4}{15}$$
$$P\left(-\frac{32}{75}\right)=\frac{4}{15}$$

4.
$$\frac{x-9}{4}-\left(\frac{x}{2}-\frac{3}{4}\right)=\frac{3x-15}{10}\qquad /\cdot 20$$
$$5x-45-10x+15=6x-30$$
$$-5x-30=6x-30$$
$$0=11x$$
$$\mathbf{0=x}$$
$$L(0)=\frac{-9}{4}-\frac{-3}{4}=\frac{-9+3}{4}=-\frac{6}{4}=-\frac{3}{2}$$
$$P(0)=\frac{-15}{10}=-\frac{3}{2}$$

Připraveno ve spolupráci s Petrem Husarem a lektory WWW.ZKOUSKY-NANECISTO.CZ.
Autory seriálu jsou:
Barbora Bendíková, Mgr. Ivana Klabalová Veselková, Mgr. Lenka Křížová, Ph.D., Mgr. Miroslava Saiková, Mgr. Lucie Šindelářová – český jazyk;
RNDr. Petr Šedivý, Bc. Lucie Cisariková, Ing. Monika Pejsarová, Ing. Lenka Balcarová a Bc. Martina Šedivá Šprincová – matematika. Editor: Martin Egyed (LN).