MATEMATIKA 7

M7PBD19C0T02

DIDAKTICKÝ TEST

Počet úloh: 16

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

- Tento dokument obsahuje komentovaná řešení jednotlivých úloh didaktického testu.
- U každé úlohy je uveden jeden (příp. několik) z mnoha možných způsobů řešení.
- Do záznamového archu se zpravidla zapisují pouze výsledky úloh.
  U úloh **3**, **6** a **7** se vyžaduje také zápis postupu řešení.
- Na konci dokumentu je přiložen vzor vyplněného záznamového archu.

V úlohách **1**, **2**, **4**, **5** a **16** přepište do **záznamového archu** pouze **výsledky**.

1 bod

1 **Vypočtěte** v minutách jednu dvacetinu z 12 hodin.

Řešení:

$12\ \text{h} = 12 \cdot 60\ \text{min} = 720\ \text{min}$

$720\ \text{min} : 20 = \mathbf{36\ min}$

Jiný způsob řešení:

$$\frac{12 \cdot 60\ \text{min}}{20} = \frac{12 \cdot 3\ \text{min}}{1} = \mathbf{36\ min}$$

---

max. 3 body

2 **Vypočtěte:**

2.1

$$0{,}5 \cdot 1{,}2 + 0{,}02 =$$

Řešení:

$0{,}5 \cdot 1{,}2 + 0{,}02 = 0{,}6 + 0{,}02 = \mathbf{0{,}62}$

Jiný způsob řešení:

$$0{,}5 \cdot 1{,}2 + 0{,}02 = \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{10} + \frac{2}{100} = \frac{3}{5} + \frac{1}{50} = \frac{30}{50} + \frac{1}{50} = \mathbf{\frac{31}{50}}$$

2.2

$$\frac{10}{0{,}5} - \frac{0{,}5}{10} =$$

Řešení:

$$\frac{10}{0{,}5} - \frac{0{,}5}{10} = 20 - 0{,}05 = \mathbf{19{,}95}$$

Jiný způsob řešení:

$$\frac{10}{0{,}5} - \frac{0{,}5}{10} = \frac{20}{1} - \frac{1}{20} = \frac{400 - 1}{20} = \mathbf{\frac{399}{20}}$$

Doporučení: Úlohu **3** řešte přímo **v záznamovém archu**.

max. 4 body

3 Vypočtěte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.

3.1

$$2-\frac{6}{5}\cdot\left(\frac{11}{6}-\frac{4}{9}\right)=$$

Řešení:

$$2-\frac{6}{5}\cdot\left(\frac{11}{6}-\frac{4}{9}\right)=2-\frac{6}{5}\cdot\frac{33-8}{18}=2-\frac{6}{5}\cdot\frac{25}{18}=2-\frac{25}{15}=2-\frac{5}{3}=\frac{6-5}{3}=\boldsymbol{\frac{1}{3}}$$

Jiný způsob řešení:

$$2-\frac{6}{5}\cdot\left(\frac{11}{6}-\frac{4}{9}\right)=2-\frac{6}{5}\cdot\frac{11}{6}+\frac{6}{5}\cdot\frac{4}{9}=2-\frac{11}{5}+\frac{8}{15}=\frac{30-33+8}{15}=\frac{5}{15}=\boldsymbol{\frac{1}{3}}$$

3.2

$$\frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{2}+\frac{5}{2}}{\frac{1}{4}+\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2}}=$$

Řešení:

$$\frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{2}+\frac{5}{2}}{\frac{1}{4}+\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2}}=\frac{\frac{3}{8}+\frac{5}{2}}{\frac{1}{4}+\frac{15}{4}}=\frac{\frac{3+20}{8}}{\frac{16}{4}}=\frac{23}{8}:4=\frac{23}{8}\cdot\frac{1}{4}=\boldsymbol{\frac{23}{32}}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy **postup řešení**.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

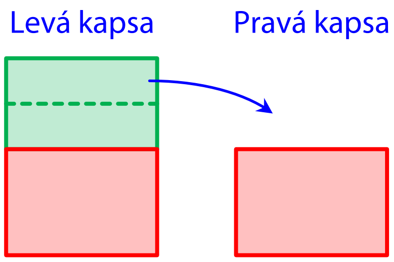
Aleš má v pravé kapse o polovinu méně korun než v levé kapse. Kdyby přendal 40 korun z levé kapsy do pravé, měl by v obou kapsách stejně. (CZVV)

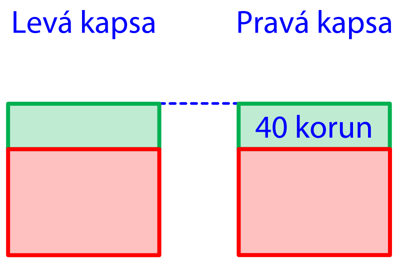
max. 3 body

4 Vypočtěte,

4.1 o kolik korun má Aleš v levé kapse více než v pravé,

Řešení:





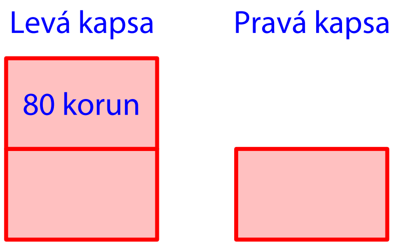
Aleš má v levé kapse o několik korun více než v pravé kapse.
Kdyby přendal 40 korun z levé kapsy do pravé, měl by v obou kapsách stejně.
40 korun je tedy polovina částky, kterou má Aleš v levé kapse navíc oproti pravé kapse.

V levé kapse má Aleš **o 80 korun** více než v pravé ($2 \cdot 40 = 80$).

4.2 kolik korun má Aleš celkem v obou kapsách.

Řešení:

Aleš má v pravé kapse o polovinu méně korun než v levé kapse.



Aleš má v pravé kapse o 80 korun méně než v levé kapse (viz řešení úlohy 3.1), 80 korun je tedy polovina částky, kterou má Aleš v levé kapse, a rovněž celá částka, kterou má v pravé kapse.

Celkem v obou kapsách: $2 \cdot 80$ korun + 80 korun = **240 korun**
případně: $3 \cdot 80$ korun = **240 korun**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

Chovatel chová dospělé kočky a koťata. Kupuje jim univerzální granule balené vždy ve stejných pytlích.

Za jeden den sežerou 3 koťata stejné množství granulí jako 2 dospělé kočky.

Dospělá kočka má jeden pytel granulí přesně na 12 dní.

(Každá dospělá kočka sežere denně stejné množství granulí. Totéž platí o koťatech.)

(CZVV)

max. 5 bodů

5 Vypočtěte,

5.1 na kolik dní mají jeden pytel granulí 3 koťata,

Řešení:

Za každý den sežerou 3 koťata stejné množství granulí jako 2 kočky, tedy celý pytel granulí mají 3 koťata na stejnou dobu jako 2 kočky.

1 pytel: 1 kočka ... 12 dní
2 kočky ... **6 dní** $(12 : 2 = 6)$

3 koťata mají jeden pytel granulí **na 6 dní**.

5.2 na kolik dní mají jeden pytel granulí 3 koťata společně s 1 dospělou kočkou,

Řešení:

Za každý den sežerou 3 koťata stejné množství granulí jako 2 kočky, proto 3 koťata s 1 kočkou sežerou každý den stejné množství granulí jako 3 kočky.

1 pytel: 1 kočka ... 12 dní
3 kočky ... **4 dny** $(12 : 3 = 4)$

3 koťata společně s 1 dospělou kočkou mají jeden pytel granulí **na 4 dny**.

Jiný způsob řešení:

1 den: 1 kočka ... $\frac{1}{12}$ pytle

3 koťata (2 kočky) ... $\frac{1}{6}$ pytle

dohromady ... $\frac{1}{4}$ pytle $\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{1+2}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}\right)$

3 koťata s 1 kočkou: $\frac{1}{4}$ pytle ... 1 den
1 pytel ... **4 dny**

3 koťata společně s 1 dospělou kočkou mají jeden pytel granulí **na 4 dny**.

5.3 kolik koťat sežere jeden pytel granulí přesně za 1 den.

Řešení:

1 pytel: 6 dní ... 3 koťata (viz řešení úlohy 5.1)
1 den ... **18 koťat** $(3 \cdot 6 = 18)$

Jeden pytel granulí za 1 den sežere **18 koťat**.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Sestry Soňa a Táňa s kamarádkou Radkou pracovaly v létě na brigádě. Výplatu si rozdělily podle odpracované doby.

Radka si vydělala 3 000 korun.

Výplata obou sester dohromady a výplata Radky byly (v tomto pořadí) v poměru 5 : 2.

Výplata Soni byla o jednu osminu menší než výplata její sestry Táni.

(CZVV)

max. 4 body

6

6.1 **Vypočtěte**, kolik korun si vydělala všechna tři děvčata dohromady.

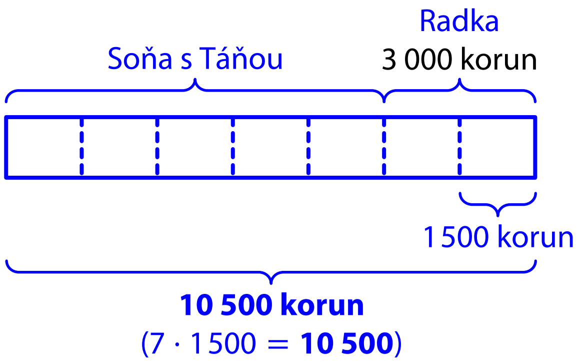
Řešení:

Celkovou výplatu všech tří dívek rozdělíme na 7 dílů.

Soňa s Táňou ... 5 dílů
Radka ... 2 díly ... 3 000 korun
1 díl ... 1 500 korun
Dohromady ... 7 dílů ... **10 500 korun**

Všechna tři děvčata si vydělala dohromady **10 500 korun**.

případně



6.2 **Vyjádřete** v základním tvaru poměr výplat Soni a Táni (v tomto pořadí).

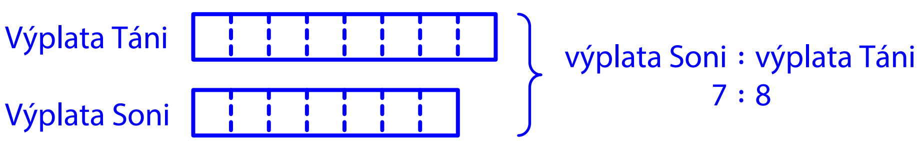
Řešení:

Výplata Táni ... $1 = \frac{8}{8}$

Výplata Soni ... $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

Poměr výplaty Soni ku výplatě Táni je $\frac{7}{8} : \frac{8}{8} = \mathbf{7 : 8}$.

případně



6.3 **Vypočtěte**, kolik korun si vydělala Soňa.

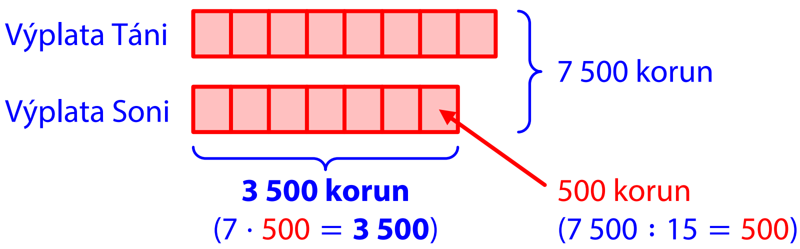
Řešení:

Soňa s Táňou dohromady vydělaly 7 500 korun (10 500 − 3 000 = 7 500) a rozdělily si je v poměru 7 : 8 (viz řešení úloh 6.1 a 6.2).

Soňa s Táňou ... 15 dílů ... 7 500 korun
1 díl ... 500 korun (7 500 : 15 = 500)
Soňa ... 7 dílů ... **3 500 korun**

Soňa si vydělala **3 500 korun**.

případně



Jiný způsob řešení:

Soňa s Táňou si dohromady vydělaly $\frac{5}{2}$ Radčiny výplaty (viz výchozí text).

Sestry si společnou výplatu rozdělily v poměru 7 : 8 (viz řešení úlohy 6.2), proto Soňa dostala $\frac{7}{15}$ společné výplaty obou sester.

Výplata Soni: $\frac{7}{15} \cdot \frac{5}{2} \cdot 3\,000 \text{ korun} = \frac{7}{6} \cdot 3\,000 \text{ korun} = 3\,500 \text{ korun}$

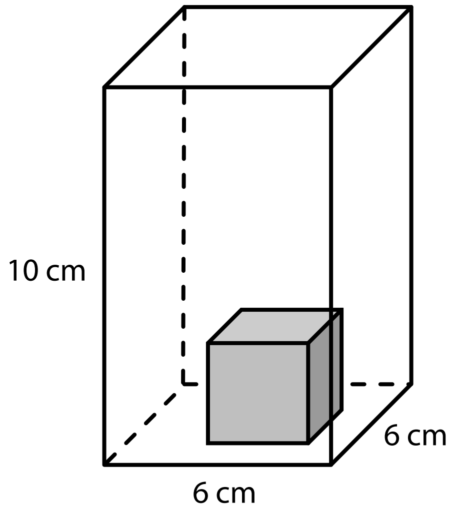
Soňa si vydělala **3 500 korun**.

V záznamovém archu uveďte ve všech částech úlohy **postup řešení**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Na dně skleněné nádoby tvaru čtyřbokého hranolu je položena ocelová krychle. Krychle zakrývá čtvrtinu čtvercového dna nádoby. Nádoba s krychlí je po okraj naplněna vodou.

Rozměry nádoby jsou uvedeny v obrázku. (Tloušťku stěn nádoby zanedbáváme.)



(*CZVV*)

max. 3 body

7 Vypočtěte v cm^3 objem <u>vody</u> v nádobě s krychlí.

V záznamovém archu uveďte **postup řešení**.

Řešení:

Obsah podstavy hranolu, tj. čtverce o straně délky 6 cm: $6\text{ cm} \cdot 6\text{ cm} = 36\text{ cm}^2$

Obsah jedné stěny krychle je čtvrtina obsahu podstavy hranolu: $36\text{ cm}^2 : 4 = 9\text{ cm}^2$

Délku hrany krychle označíme a. Platí:

$a \cdot a = 9\text{ cm}^2$

$a = 3\text{ cm}$

Objem krychle: $a \cdot a \cdot a = 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = 27\text{ cm}^3$

Objem hranolu je součin obsahu podstavy a výšky hranolu: $36\text{ cm}^2 \cdot 10\text{ cm} = 360\text{ cm}^3$

Objem vody v nádobě s krychlí získáme jako rozdíl objemu nádoby a objemu krychle:

$360\text{ cm}^3 - 27\text{ cm}^3 = \mathbf{333\text{ cm}^3}$

případně

Objem vody v nádobě je rozdíl objemu nádoby a objemu ocelové krychle.

Rozměry hranolu a, b, c z obrázku: $a = b = 6$ cm, $c = 10$ cm

Obsah podstavy hranolu S_p:

$S_\mathrm{p} = a \cdot b$

$S_\mathrm{p} = 6 \cdot 6\ \mathrm{cm}^2 = 36\ \mathrm{cm}^2$

Objem V_k krychle o hraně délky a_k:

Krychle zakrývá čtvrtinu čtvercového dna nádoby.

$S_\mathrm{p} : 4 = 9\ \mathrm{cm}^2$

$a_\mathrm{k} = 3\ \mathrm{cm}$

$V_\mathrm{k} = a_\mathrm{k} \cdot a_\mathrm{k} \cdot a_\mathrm{k}$

$V_\mathrm{k} = 3\ \mathrm{cm} \cdot 3\ \mathrm{cm} \cdot 3\ \mathrm{cm} = 27\ \mathrm{cm}^3$

Objem hranolu V_h:

$V_\mathrm{h} = a \cdot b \cdot c$

$V_\mathrm{h} = 6\ \mathrm{cm} \cdot 6\ \mathrm{cm} \cdot 10\ \mathrm{cm} = 360\ \mathrm{cm}^3$

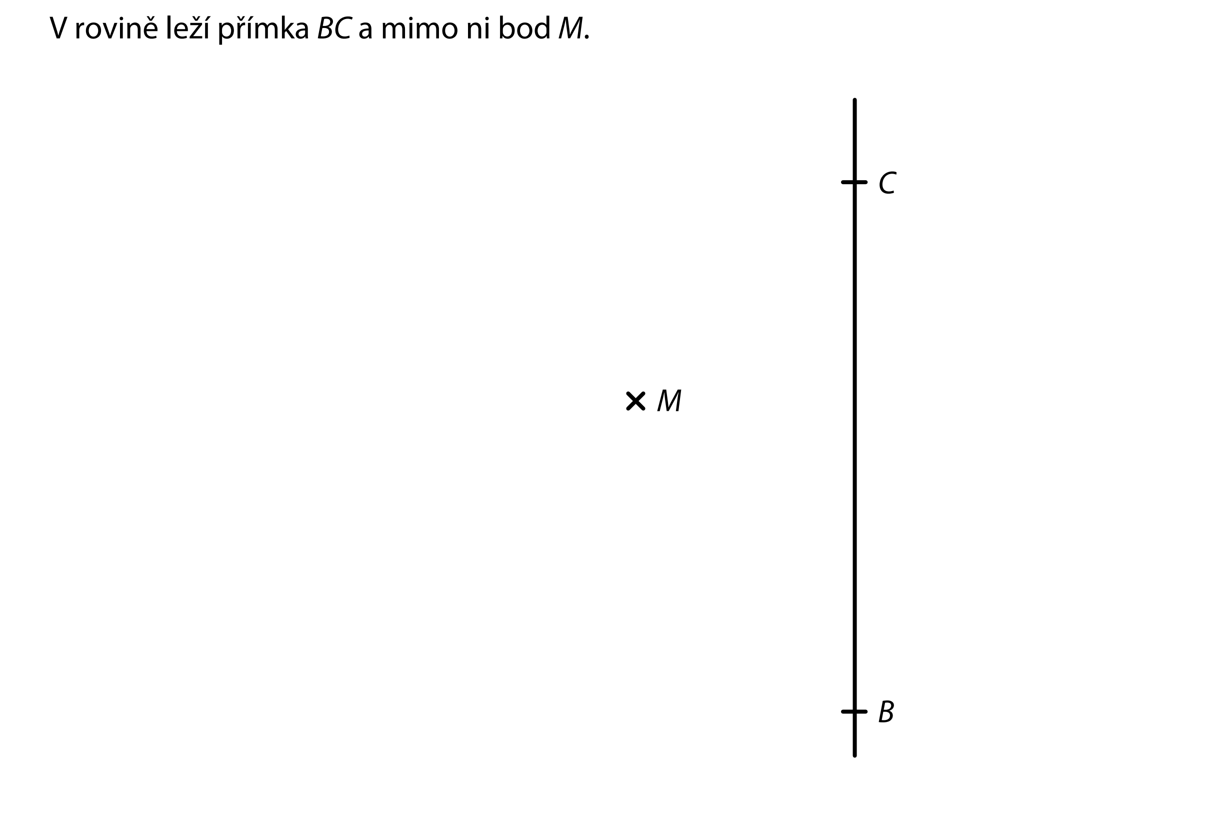
Objem vody v nádobě:

$V = V_\mathrm{h} - V_\mathrm{k} = 360\ \mathrm{cm}^3 - 27\ \mathrm{cm}^3 = \mathbf{333\ cm^3}$

Doporučení pro úlohy **8** a **9**: Rýsujte přímo **do záznamového archu**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině leží přímka *BC* a mimo ni bod *M*.



(*CZVV*)

max. 3 body

8 Úsečka *BC* je rameno rovnoramenného trojúhelníku *ABC*.
Bod *M* leží na ose souměrnosti tohoto trojúhelníku.

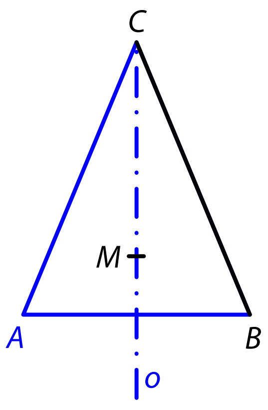
8.1 **Sestrojte** a **označte** písmenem osu souměrnosti *o* trojúhelníku *ABC*.

8.2 **Sestrojte** a **označte** písmenem chybějící vrchol *A* trojúhelníku *ABC* a trojúhelník **narýsujte**.

Najděte všechna řešení.

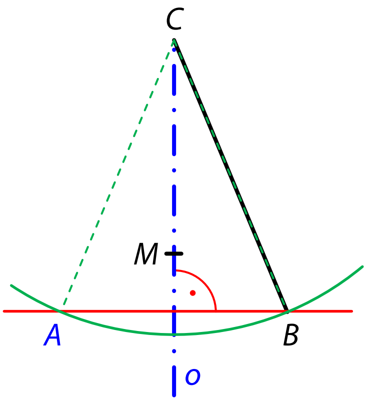
V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Řešení:



Provedeme náčrtek rovnoramenného trojúhelníku *ABC* s ramenem *BC*.
Základnou může být kterákoli ze zbývajících stran.
Zvolíme nejprve stranu *AB* (ke druhé možnosti, kdy základnou bude strana *AC*, se vrátíme později).

V náčrtku černě vyznačíme, co je uvedeno v zadání.
Je to rameno *BC* a bod *M* ležící na ose souměrnosti *o* trojúhelníku.

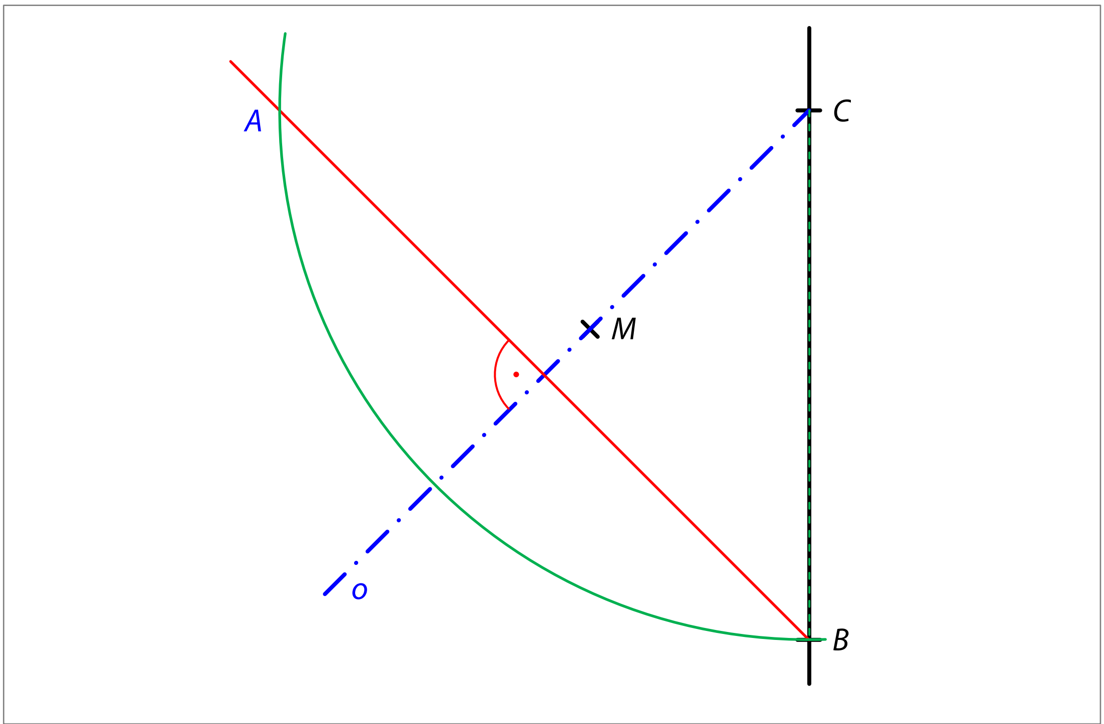


Pomocí ramene *BC* a bodu *M* na ose trojúhelníku *ABC* bychom měli sestrojit chybějící vrchol *A* trojúhelníku.

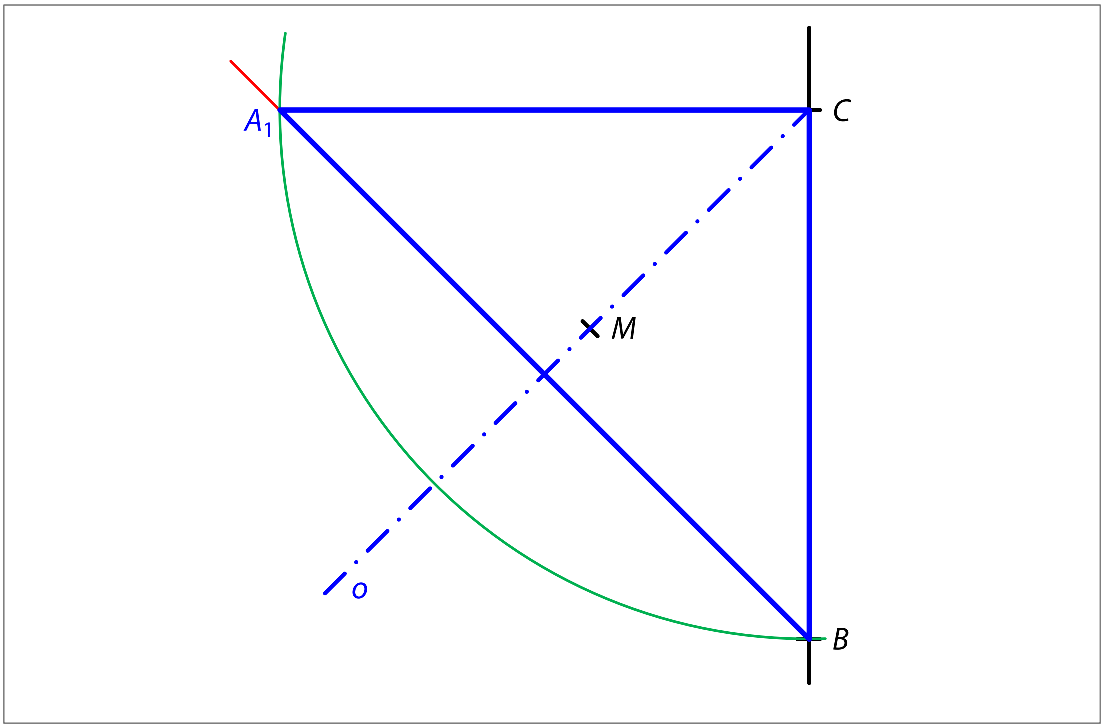
Osa *o* je přímka *CM*.
Osa rovnoramenného trojúhelníku je kolmá k základně, proto strana *AB* bude ležet na přímce, která je kolmá k ose *o* a prochází bodem *B*.

Ramena *CA*, *CB* mají stejnou délku, proto vrchol *A* bude ležet na kružnici se středem v bodě *C* a poloměrem *BC*.

Začneme rýsovat podle následujících kroků:

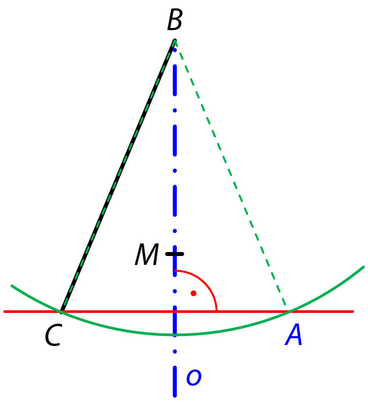


1. Sestrojíme přímku *CM*, což je osa *o* (úloha 8.1).
2. Bodem *B* vedeme přímku kolmou k ose *o*.
3. Sestrojíme kružnici, která má střed v bodě *C* a prochází bodem *B*.
4. Jeden průsečík kružnice a červené přímky je bod *B*, druhý průsečík je vrchol *A* trojúhelníku *ABC*.



5. Sestrojíme trojúhelník *ABC* a zvýrazníme ho. (Sestrojený vrchol musí být označen písmenem, k němuž před konstrukcí dalšího řešení doplníme číslo 1.)

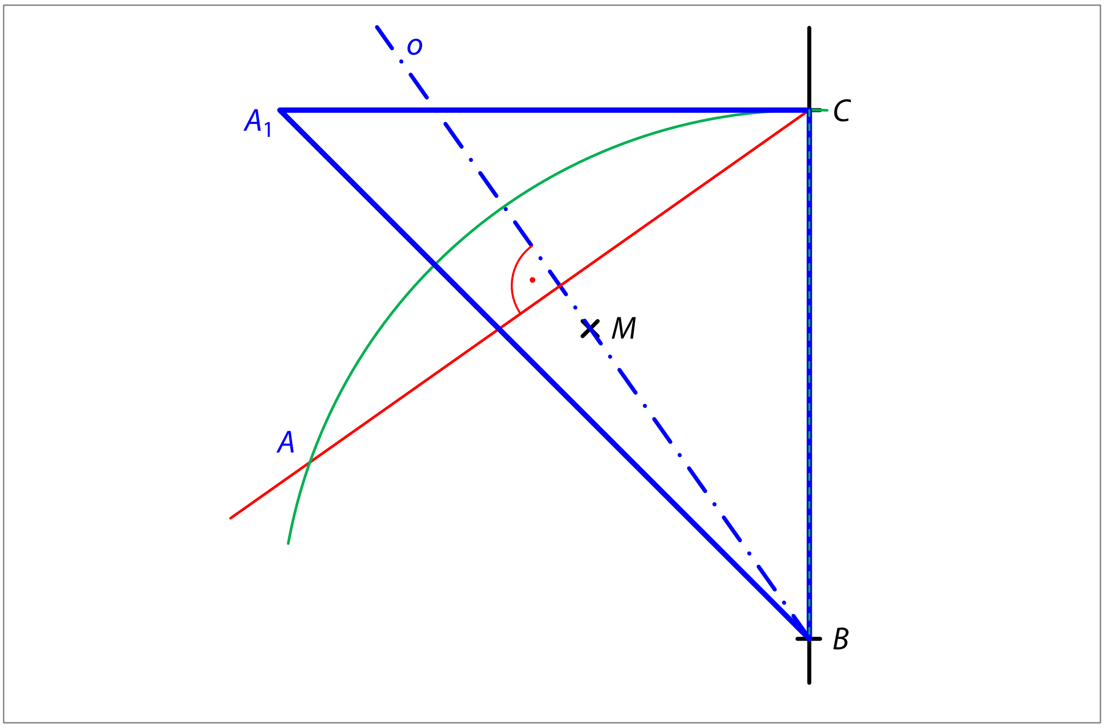
Nyní se budeme zabývat druhou možností.



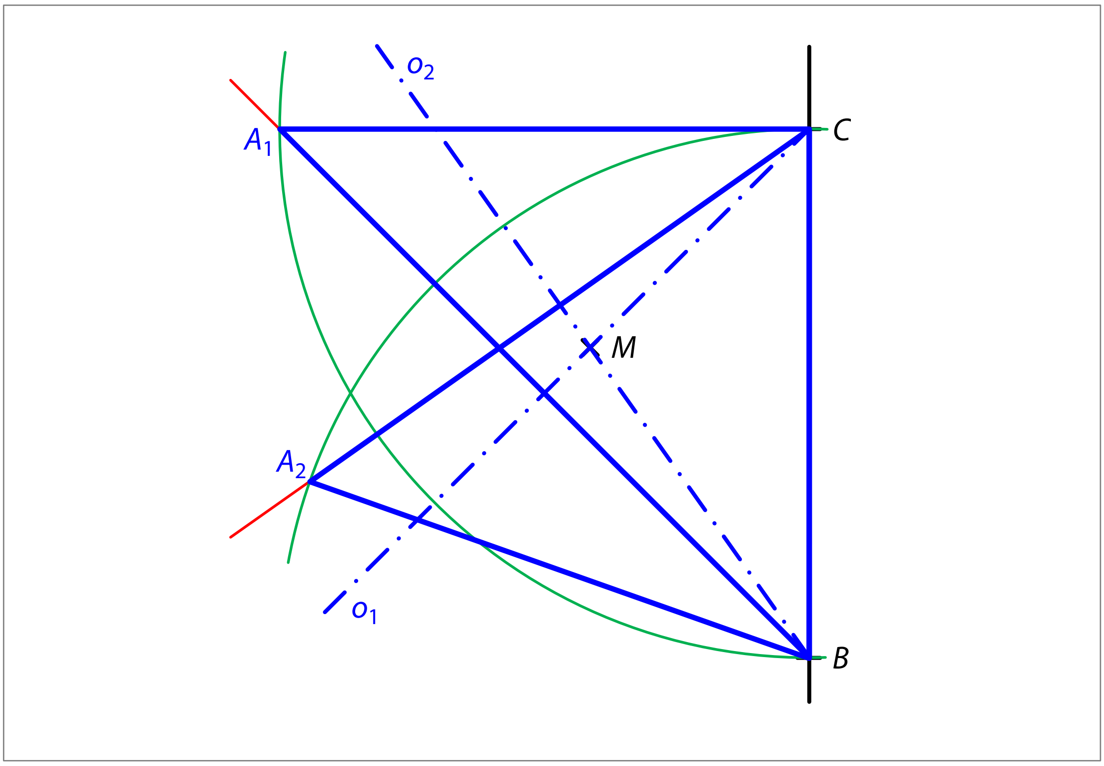
Osa o je tentokrát přímka *BM*.
Základnou trojúhelníku je strana *AC*, osa *o* je k ní kolmá.

Vrchol *A* bude ležet na přímce, která je kolmá k ose *o* a prochází bodem *C* a zároveň na kružnici se středem v bodě *B* a poloměrem *BC*.

Při rýsování postupujeme v 5 krocích obdobně jako v předchozím řešení:



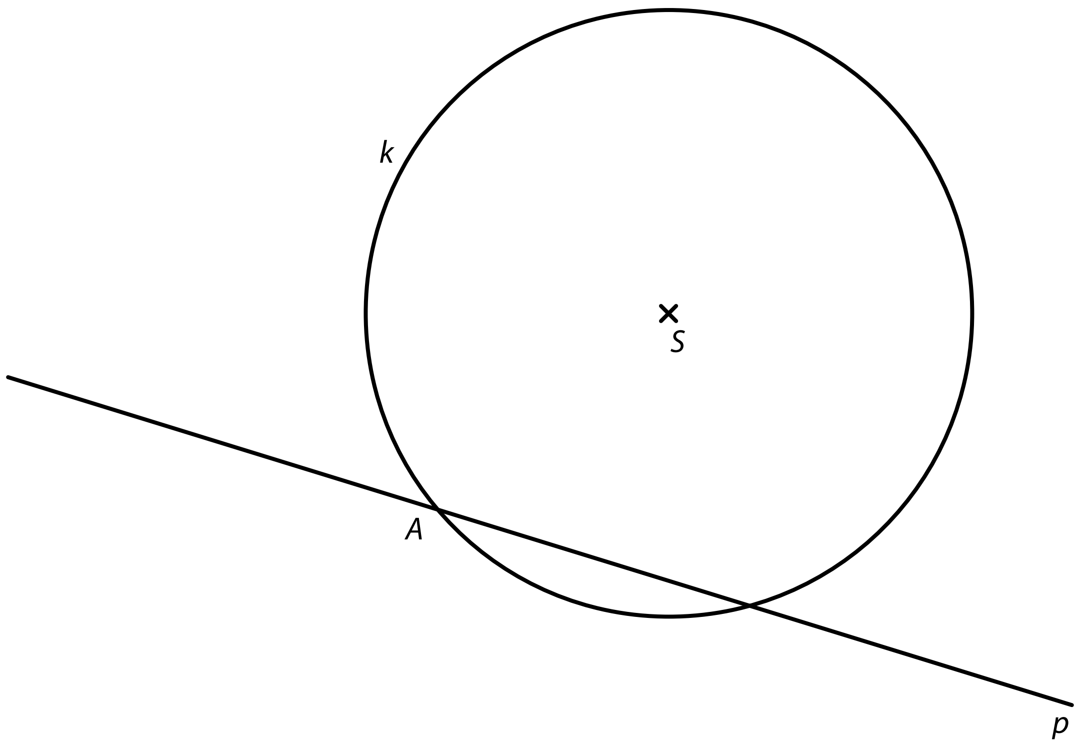
1. Sestrojíme osu *o*, tedy přímku *BM* (úloha 8.1).
2. Bodem *C* vedeme přímku kolmou k ose *o*.
3. Sestrojíme kružnici, která má střed v bodě *B* a prochází bodem *C*.
4. Jeden průsečík kružnice a červené přímky je bod *C*, druhý průsečík je vrchol *A* trojúhelníku *ABC*.
5. Sestrojíme trojúhelník *ABC* a zvýrazníme ho. (Sestrojený vrchol musí být označen písmenem, k němuž doplníme číslo 2.)



Závěr: Úloha má 2 řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině leží přímka *p* a kružnice *k* se středem *S*. Bod *A* je jedním ze dvou průsečíků přímky *p* a kružnice *k*.



(*CZVV*)

max. 2 body

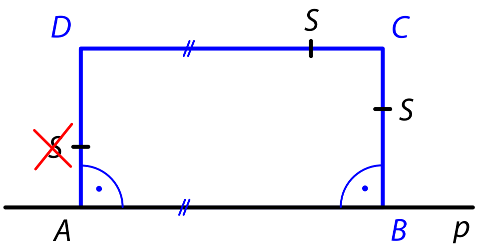
9 Bod *A* je vrchol obdélníku *ABCD*.
Strana *AB* tohoto obdélníku leží na přímce *p*,
bod *S* leží **uvnitř** některé ze tří **zbývajících** stran obdélníku *ABCD*.
Jeden krajní bod strany, která obsahuje bod *S*, leží na kružnici *k*.

Sestrojte a **označte** písmeny chybějící vrcholy *B*, *C*, *D* obdélníku *ABCD* a obdélník **narýsujte**.
Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Řešení:

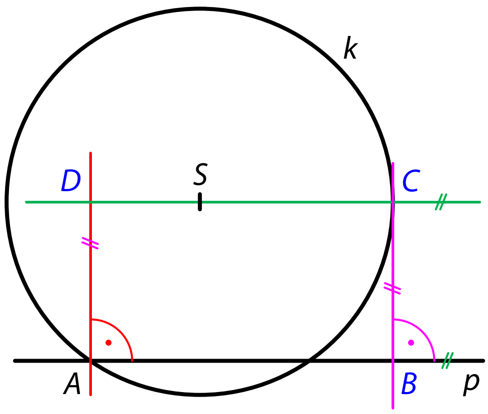
Provedeme náčrtek obdélníku *ABCD* a černě v něm vyznačíme, co je uvedeno v zadání.
Je to vrchol *A*, přímka *p* obsahující stranu *AB* a bod *S* na některé ze zbývajících stran.



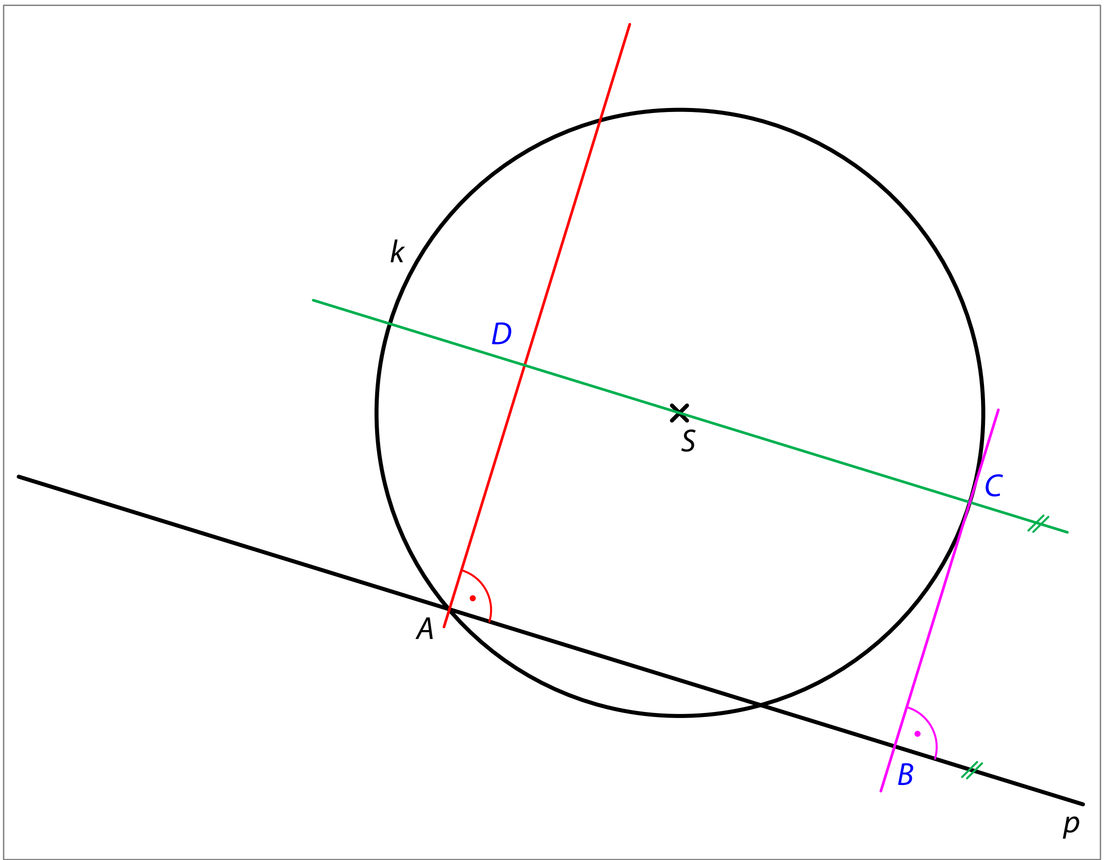
Bod *S* leží buď na rovnoběžce k přímce *p* (strana *CD*), nebo na kolmici k přímce *p* (strany *BC*, nebo *AD*). (Z výchozího obrázku je patrné, že kolmice k přímce *p* vedená bodem *A* neprochází bodem *S*, proto nemůže bod *S* ležet na straně *AD*.)

Nejprve se budeme zabývat první možností, kdy bod *S* leží na rovnoběžce s přímkou *p*.

Na zelené přímce budou ležet vrcholy *C* a *D*.
Vrchol *C* bude ležet i na kružnici *k*.
Vrchol *D* bude ležet na přímce vedené bodem *A* kolmo k přímce *p*.
Při konstrukci vrcholu *B*, který bude ležet na přímce *p*, využijeme kolmosti sousedních stran nebo rovnoběžnosti protějších stran obdélníku.



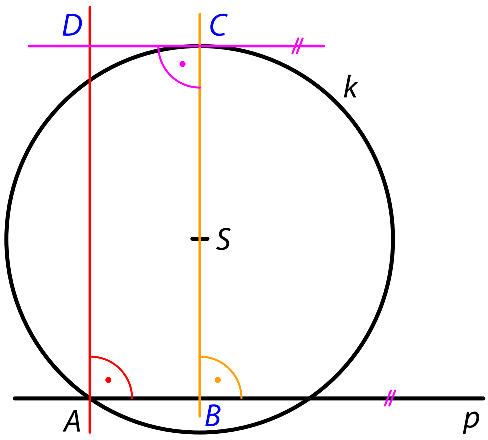
Rýsujeme podle následujících kroků:



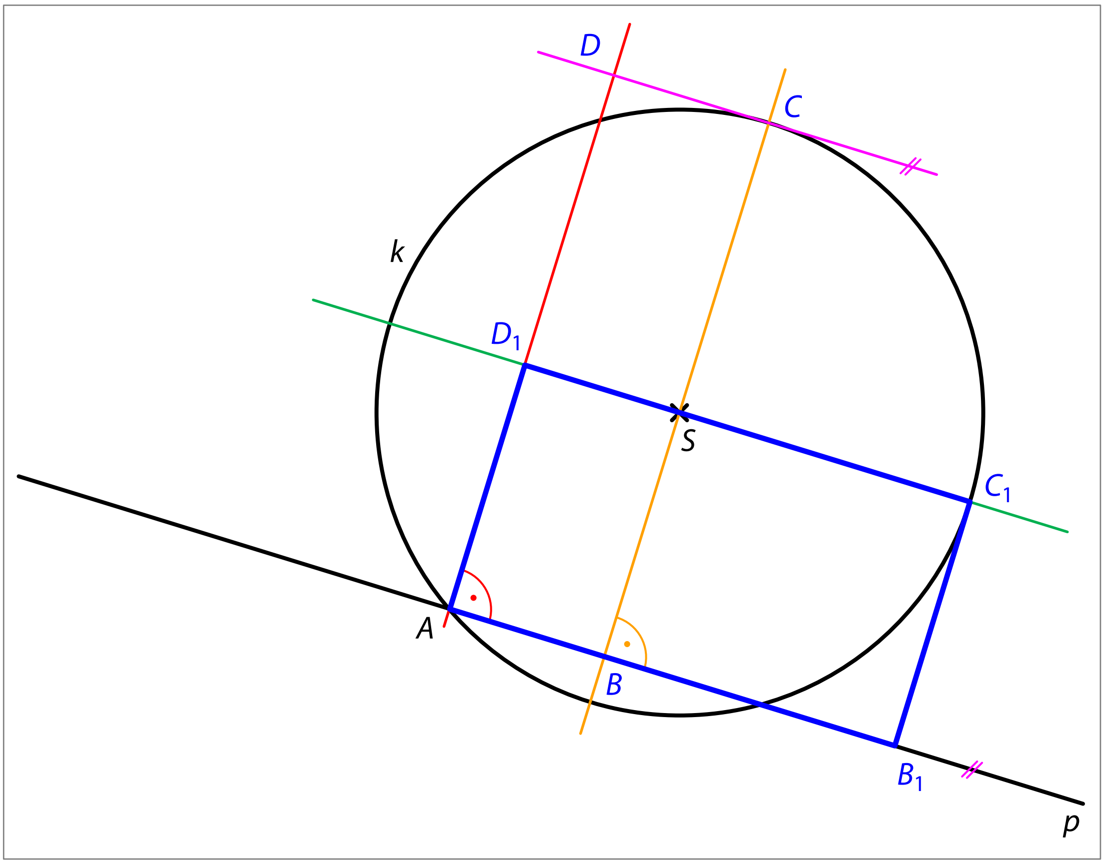
1. Bodem *S* vedeme přímku rovnoběžnou s přímkou *p*.
2. Bodem *A* vedeme přímku kolmou k přímce *p*.
3. Průsečík červené a zelené přímky je vrchol *D* obdélníku *ABCD*.
4. V průsečíku zelené přímky s kružnicí *k* leží vrchol *C* obdélníku *ABCD*. (Bod *S* musí ležet uvnitř strany *CD*.)
5. Bodem *C* vedeme přímku kolmou k přímce *p*.
6. Průsečík fialové přímky s přímkou *p* je vrchol *B* obdélníku *ABCD*.
7. Zvýrazníme obdélník *ABCD*. (Sestrojené vrcholy musí být označeny písmeny, k nimž před konstrukcí dalšího řešení doplníme číslo 1.)

Nyní se budeme zabývat druhou možností, kdy bod *S* leží na kolmici k přímce *p*.

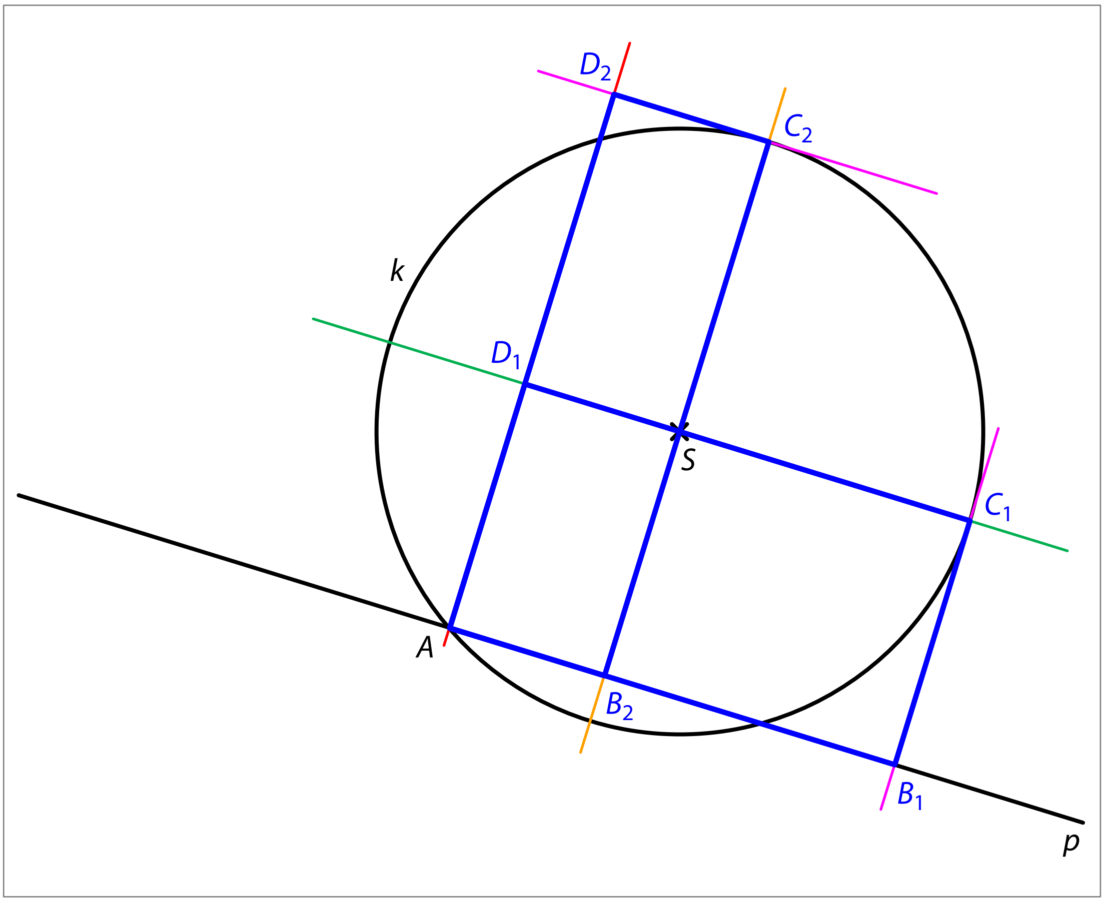
Na oranžové přímce budou ležet vrcholy *B* a *C*.
Vrchol *B* bude ležet i na přímce *p*.
Vrchol *C* na kružnici *k*.
Vrchol *D* bude ležet na přímce vedené bodem *A* kolmo k přímce *p*. Při jeho konstrukci využijeme kolmosti sousedních stran nebo rovnoběžnosti protějších stran obdélníku.



Pokračujeme v rýsování podle následujících kroků:



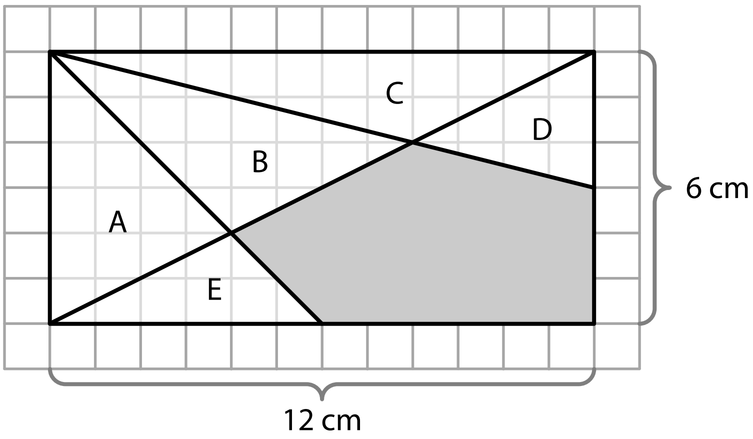
1. Bodem *S* vedeme přímku kolmou k přímce *p*.
2. Průsečík oranžové přímky s přímkou *p* je vrchol *B* obdélníku *ABCD*.
3. V průsečíku oranžové přímky s kružnici *k* leží vrchol *C* obdélníku *ABCD*. (Bod *S* musí ležet uvnitř strany *BC*.)
4. Bodem *A* vedeme přímku kolmou k přímce *p* (viz 2. krok předchozího řešení).
5. Bodem *C* vedeme přímku rovnoběžnou s přímkou *p*.
6. Průsečík červené a fialové přímky je vrchol *D* obdélníku *ABCD*.
7. Zvýrazníme obdélník *ABCD*. (Sestrojené vrcholy musí být označeny písmeny, k nimž doplníme číslo 2.)



Závěr: Úloha má 2 řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

Čtvercová síť je tvořena čtverečky s délkou strany 1 cm.
Ve čtvercové síti je zakreslen obdélník, který je rozdělen na 5 trojúhelníků a tmavý obrazec. Trojúhelníky jsou označeny písmeny A až E.



Vrcholy všech útvarů leží v mřížových bodech.

(CZVV)

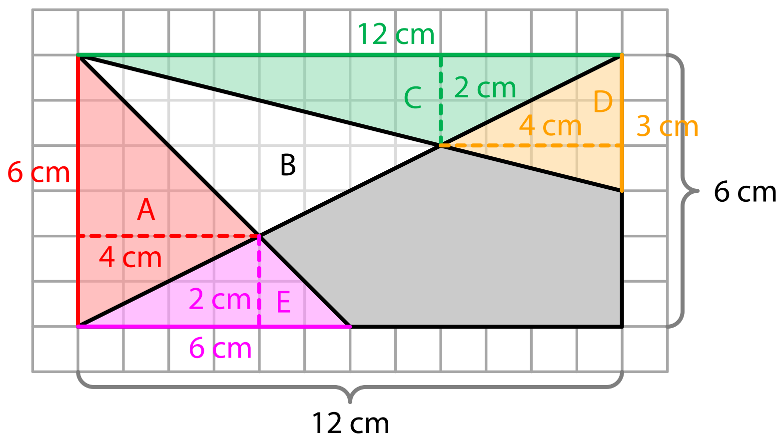
max. 4 body

10 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (10.1–10.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
10.1	Obsahy trojúhelníků A, C jsou stejné.	☒	☐
10.2	Obsah celého obdélníku je 12krát větší než obsah trojúhelníku D.	☒	☐
10.3	Obsah tmavého obrazce je **větší** než 24 cm^2.	☐	☒

Řešení:

Vypočteme obsahy trojúhelníků A, C, D a E. (Zjistíme vždy délku strany a výšku na tuto stranu.)



Obsahy trojúhelníků:

A: $\frac{6\ \text{cm} \cdot 4\ \text{cm}}{2} = 12\ \text{cm}^2$

C: $\frac{12\ \text{cm} \cdot 2\ \text{cm}}{2} = 12\ \text{cm}^2$

D: $\frac{3\ \text{cm} \cdot 4\ \text{cm}}{2} = 6\ \text{cm}^2$

E: $\frac{6\ \text{cm} \cdot 2\ \text{cm}}{2} = 6\ \text{cm}^2$

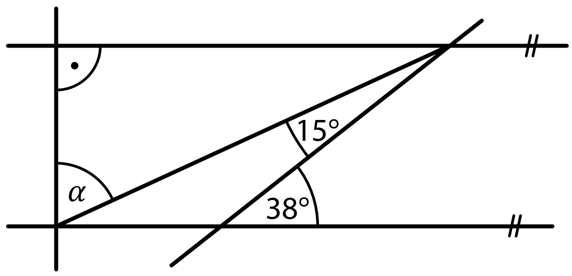
Obsah celého obdélníku:
$12\ \text{cm} \cdot 6\ \text{cm} = 72\ \text{cm}^2$

10.1 $12\ \text{cm}^2 = 12\ \text{cm}^2$
Tvrzení 10.1 je **pravdivé**.

10.2 $72\ \text{cm}^2 : 6\ \text{cm}^2 = 12$
Tvrzení 10.2 je **pravdivé**.

10.3 Od obsahu poloviny obdélníka odečteme obsahy trojúhelníků D a E:
$72\ \text{cm}^2 : 2 - (6\ \text{cm}^2 + 6\ \text{cm}^2) = 36\ \text{cm}^2 - 12\ \text{cm}^2 = 24\ \text{cm}^2$
Tvrzení 10.3 je **nepravdivé**.

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 11



(CZVV)

2 body

11 Jaká je velikost úhlu α?

Velikosti úhlů neměřte, ale vypočtěte.

A) menší než 53°

B) 53°

C) 63°

D) 67°

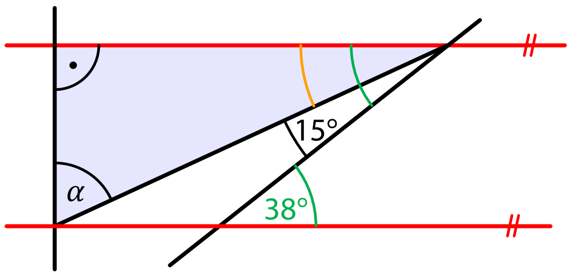
E) větší než 67°

Řešení:

Červené přímky jsou rovnoběžné, proto zeleně vyznačené střídavé úhly mají stejnou velikost, a to 38°.

V pravoúhlém trojúhelníků s vnitřním úhlem α má třetí vnitřní úhel velikost:
$38° - 15° = 23°$

Součet obou ostrých úhlů v tomto trojúhelníku je 90°, tedy $\alpha = 90° - 23° = \mathbf{67}°$.

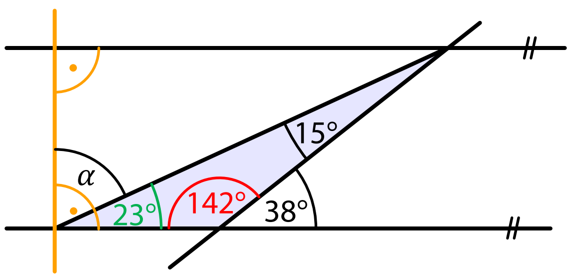


Jiný způsob řešení:

Červený úhel je vedlejší k úhlu o velikosti 38°:
$180° - 38° = 142°$

Součet vnitřních úhlů v trojúhelníku je 180°:
$180° - (142° + 15°) = 23°$

Oranžová přímka je kolmá na obě rovnoběžky:
$\alpha = 90° - 23° = \mathbf{67}°$



VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Do prázdného klobouku jsme vysypali červené a zelené kuličky, zelených bylo o 6 více než červených. Pak jsme z klobouku vytáhli třetinu všech červených a třetinu všech zelených kuliček. V klobouku tak ubylo 12 kuliček.

(CZVV)

2 body

12 Kolik červených kuliček v klobouku <u>zbylo</u>?

A) 5

B) 10

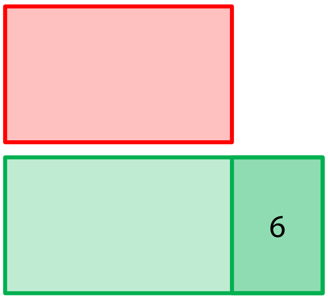
C) 12

D) 15

E) jiný počet

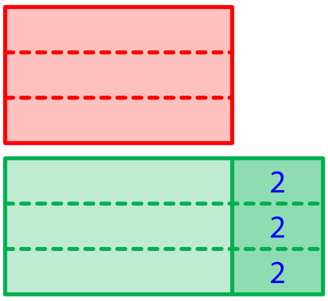
Řešení:

Všechny kuličky v klobouku:



Z klobouku jsme odebrali třetinu všech červených a třetinu všech zelených kuliček, což je celkem 12 kuliček.

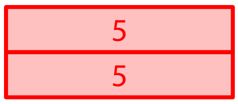
Všechny kuličky v klobouku rozdělené na třetiny:



Odebrané kuličky:

Třetina červených kuliček:
$12 - 2 = 10$
$10 : 2 = 5$

Zbylé červené kuličky:

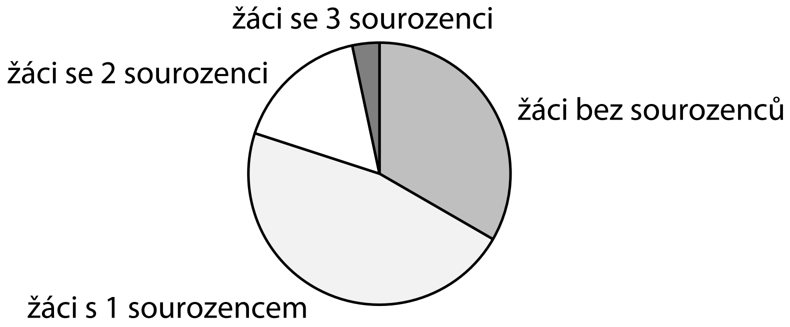


$2 \cdot 5 = \mathbf{10}$

V klobouku zbylo **10** červených kuliček.

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOHÁM 13–14

V grafu jsou všichni žáci třídy rozděleni podle počtu svých sourozenců do čtyř skupin.



Ve třídě je celkem **30 žáků** a s nimi do třídy nechodí žádný z jejich sourozenců.

Pouze jeden žák má 3 sourozence.

Skupina žáků se 2 sourozenci tvoří šestinu žáků třídy.

Žáků, kteří mají nějakého sourozence (jednoho, dva, nebo tři), je dvakrát více než těch, kteří žádného sourozence nemají.

(*CZVV*)

2 body

13 Kolik žáků třídy nemá žádného sourozence?

A) 8

B) 10

C) 11

D) 12

E) 15

Řešení:

Celkem 30 žáků

Počet žáků bez sourozenců: 30 : 3 = **10**

2 body

14 Kolik sourozenců mají dohromady všichni žáci třídy?

A) 27

B) 28

C) 29

D) 30

E) jiný počet

Řešení:

	Počet žáků	Celkový počet sourozenců
Bez sourozenců	10 (řešení úlohy 13)	0
1 sourozenec	14 $(30 - 10 - 5 - 1 = 14)$	14
2 sourozenci	5 $(30 : 6 = 5)$	10 $(5 \cdot 2 = 10)$
3 sourozenci	1	3
Celkem	30	**27**

max. 6 bodů

15 Přiřaďte ke každé úloze (15.1–15.3) odpovídající výsledek (A–F).

15.1 Z přednášky na dvě a půl hodiny zbývá ještě 60 minut do konce.

Kolik procent přednášky již uběhlo? C

Řešení:

Celá přednáška: 2,5 h = 150 min
Uběhlo: 150 min − 60 min = 90 min

Přednáška 150 min ... 100 %
30 min ... 20 %
Uběhlo 90 min ... **60 %**

případně

Přednáška 150 min ... 100 %

Zbývá 60 min ... $\frac{60}{150} \cdot 100\,\% = \frac{2}{5} \cdot 100\,\% = 40\,\%$

Uběhlo ... 100 % − 40 % = **60 %**

15.2 Z času na test uběhlo teprve 27 minut a zbývá ještě 63 minut.

Kolik procent času na test ještě zbývá? E

Řešení:

Celý čas na test: 27 min + 63 min = 90 min

Test 90 min ... 100 %
9 min ... 10 %
Zbývá 63 min ... **70 %**

případně

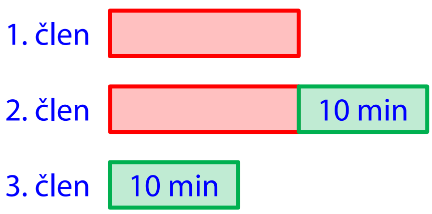
Test 90 min ... 100 %

Zbývá 63 min ... $\frac{63}{90} \cdot 100\,\% = \frac{7}{10} \cdot 100\,\% = \mathbf{70\,\%}$

15.3 Všichni tři členové družstva se bez prodlev **vystřídali** při plnění soutěžního úkolu. První člen vyčerpal 30 % celkového soutěžního času, druhý potřeboval ještě o 10 minut více než první a na třetího zbylo už jen 10 minut.

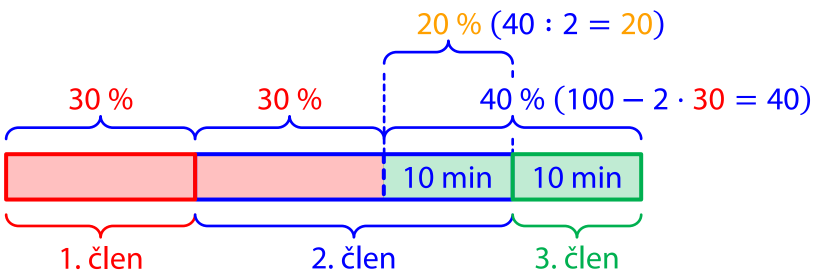
Kolik procent celkového soutěžního času potřeboval druhý člen? __A__

Řešení:



Druhý člen družstva potřeboval tolik času, kolik první a třetí dohromady.
Druhý člen tedy potřeboval polovinu, tj. **50 %**, celkového soutěžního času.

Jiný způsob řešení:



Druhý člen: 30 % + 20 % = **50 %**

Jiný způsob řešení:

20 % ... 10 min
10 % ... 5 min
30 % ... 15 min

1. člen ... 15 min
2. člen ... 25 min (15 + 10 = 25)
3. člen ... 10 min
dohromady ... 50 min (15 + 25 + 10 = 50)

Druhý člen: 25 min z 50 min, tj. **50 %**

A) 50 %

B) 55 %

C) 60 %

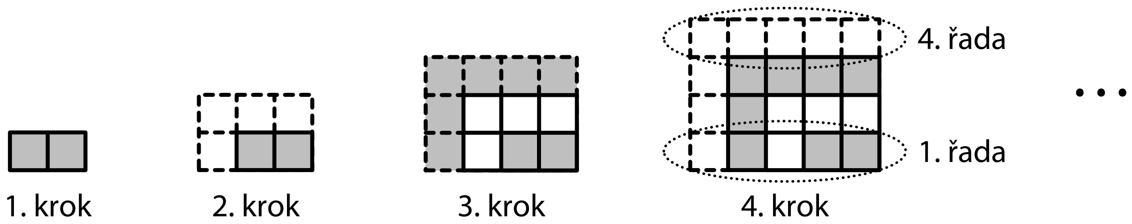
D) 65 %

E) 70 %

F) jiný počet procent

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

Obkladač vytváří obdélníkovou mozaiku z šedých a bílých čtvercových dlaždic stejné velikosti.



V 1. kroku položil vedle sebe dvě šedé dlaždice.
Ve 2. kroku dlaždice obklopil zleva a shora jednou vrstvou bílých dlaždic.
Ve 3. kroku sestavenou část obklopil zleva a shora jednou vrstvou šedých dlaždic a ve 4. kroku zleva a shora jednou vrstvou bílých dlaždic.
(Každá přidaná vrstva má tvar L a poslední z nich je vždy vyznačena čárkovaně.)

V následujících krocích se stejným způsobem přidává střídavě vrstva šedých a vrstva bílých dlaždic. V **dokončené mozaice** bude **20 řad** dlaždic.

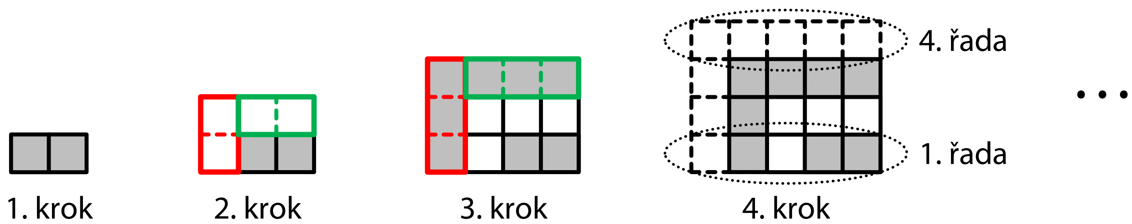
(*CZVV*)

max. 4 body

16 Určete,

16.1 v kolikátém kroku přidá obkladač k mozaice 18 dlaždic,

Řešení:



Nejprve přidáme všechny dlaždice po levé straně zdola nahoru, pak doplníme zbytek dlaždic v horní řadě.
Počet dlaždic přidaných po levé straně je vždy stejný jako počet dlaždic doplněných v horní řadě.

Krok	Počet dlaždic		
	přidaných po levé straně	doplněných v horní řadě	v přidané vrstvě
2.	2	2	$4 = 2 \cdot 2$
3.	3	3	$6 = 2 \cdot 3$
…			
9.	9	9	$18 = 2 \cdot 9$

Počet dlaždic v přidané vrstvě je roven dvojnásobku čísla udávajícího pořadí kroku, v němž byla vrstva přidána.

18 dlaždic se přidá v **9. kroku** ($18 : 2 =$ **9**).

16.2 kolik dlaždic dohromady bude obsahovat dokončená mozaika (s 20 řadami),

Řešení:

Krok	Počet řad v mozaice	Počet dlaždic v každé řadě	Počet dlaždic celé mozaiky
1.	1	2	$1 \cdot 2 = 2$
2.	2	3	$2 \cdot 3 = 6$
3.	3	4	$3 \cdot 4 = 12$
…			
20.	20	21	$20 \cdot 21 = \mathbf{420}$

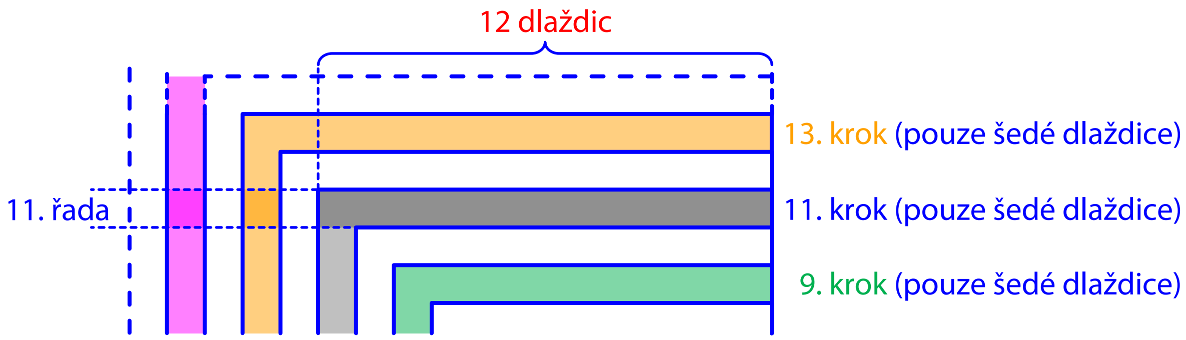
Počet dlaždic v každé řadě mozaiky je o jednu větší než počet řad mozaiky.

Dokončená mozaika bude obsahovat **420 dlaždic**.

16.3 kolik **šedých** dlaždic bude v dokončené mozaice (s 20 řadami) v 11. řadě zdola.

Řešení:

V jednotlivých krocích se přidávají střídavě šedé a bílé dlaždice.



Obkladač v 11. kroku obklopí mozaiku vrstvou šedých dlaždic, z nichž 12 dá do 11. řady.
V každém z následujících kroků (12.–20.) k mozaice přidá další vrstvu dlaždic (střídavě bílou a šedou), přičemž jedna dlaždice z každé nové vrstvy bude vždy v 11. řadě.
Tedy do 11. řady přibude ve 13. kroku, 15. kroku, 17. kroku a 19. kroku vždy jedna šedá dlaždice.

V dokončené mozaice bude v 11. řadě celkem **16 šedých dlaždic** ($12 + 4 = 16$).

Konal(a) zkoušku ☐ Vyloučen(a) ☐ Nepřítomen(na) či nedokončil(a) ☐

MATEMATIKA 7B

List 1 ze 2

Jméno a příjmení: TOMÁŠ VÝBORNÝ

DIDAKTICKÝ TEST – STRANA 1–4

1

36 min

2

2.1

0,62

2.2

19,95

3

Uveďte postup řešení.

3.1

$$2-\frac{6}{5}\cdot\left(\frac{11}{6}-\frac{4}{9}\right)=2-\frac{6}{5}\cdot\frac{33-8}{18}=2-\frac{6}{5}\cdot\frac{25}{18}=$$

$$=2-\frac{5}{3}=\frac{6-5}{3}=\underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

3.2

$$\frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{2}+\frac{5}{2}}{\frac{1}{4}+\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2}}=\frac{\frac{3}{8}+\frac{5}{2}}{\frac{1}{4}+\frac{15}{4}}=\frac{3+20}{8}:4=$$

$$=\frac{23}{8}\cdot\frac{1}{4}=\underline{\underline{\frac{23}{32}}}$$

4

4.1

o 80 korun

4.2

240 korun

5 5.1 5.2 5.3

na 6 dní na 4 dny 18 koláč

6 Uveďte postup řešení.

6.1

R ... 3 000 Kč ... 2 díly

1 500 Kč ... 1 díl

1 500 Kč . 7 = ... 7 dílů (5+2=7)

= 10 500 Kč

Děvčata si dohromady vydělala 10 500 Kč.

6.2

$T \dots 1 = \frac{8}{8}$

$S \dots 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

$\frac{7}{8} : \frac{8}{8} = 7:8$

6.3

7 + 8 = 15

15 dílů ... 10 500 Kč − 3 000 Kč = 7 500 Kč

1 díl ... 7 500 Kč : 15 = 500 Kč

7 dílů ... 7 . 500 Kč = 3 500 Kč

Soňa si vydělala 3 500 Kč.

7 Uveďte postup řešení.

$S_p = 6\,cm \cdot 6\,cm = 36\,cm^2$

$36\,cm^2 : 4 = 9\,cm^2$

$a_k = 3\,cm$

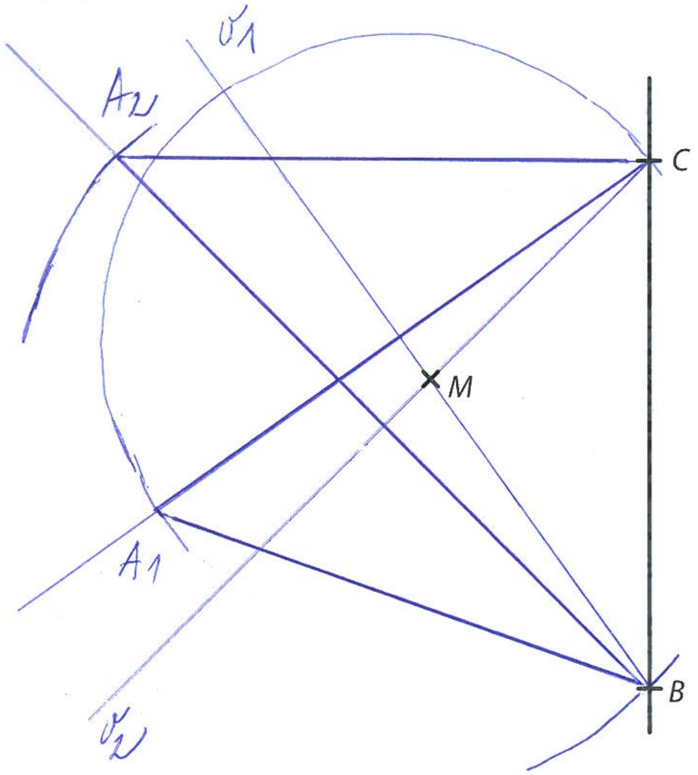
$V_k = 3\,cm \cdot 3\,cm \cdot 3\,cm = 27\,cm^3$

$V_h = 6\,cm \cdot 6\,cm \cdot 10\,cm = 360\,cm^3$

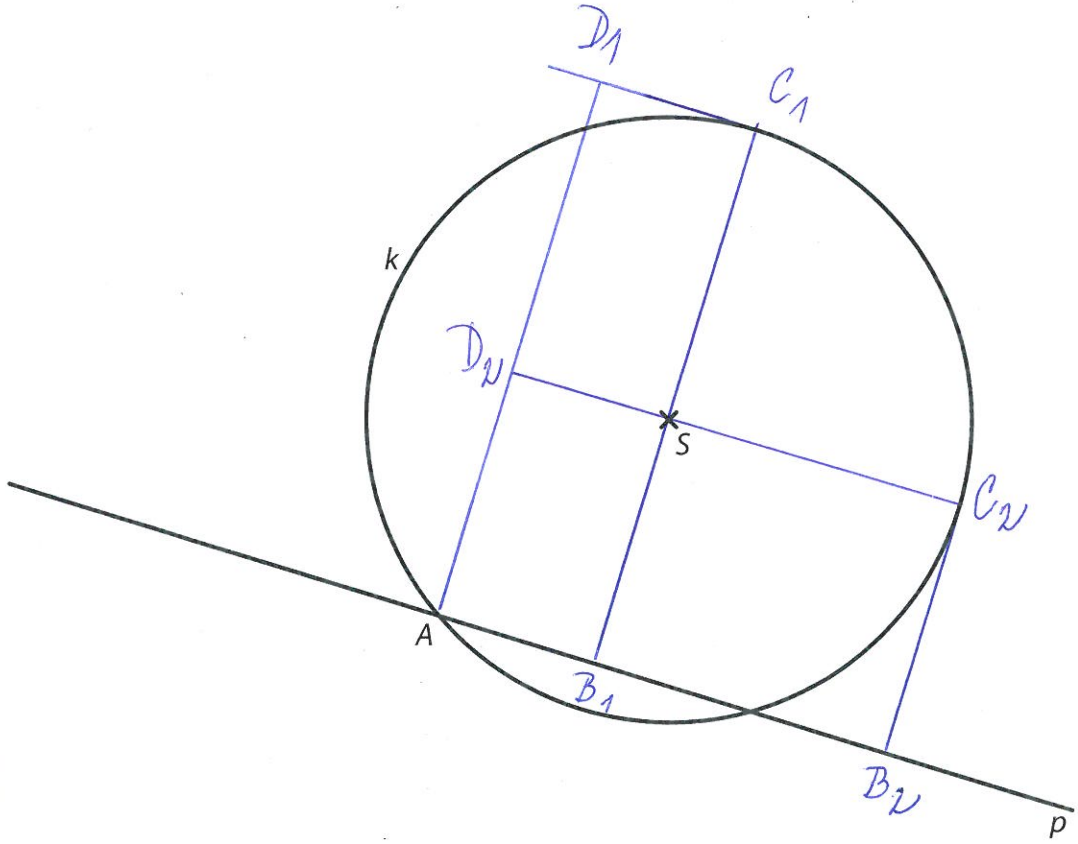
$V = V_h - V_k = 360\,cm^3 - 27\,cm^3 = 333\,cm^3$

8 Obtáhněte vše propisovací tužkou.

8.1–8.2



9 Obtáhněte vše propisovací tužkou.



10	A	N
10.1	X	
10.2	X	
10.3		X

	A	B	C	D	E
11				X	
12		X			
13		X			
14	X				

15	A	B	C	D	E	F
15.1			X			
15.2					X	
15.3	X					

16	16.1	16.2	16.3
	9. krok	420 dlaždic	16 šedých dlaždic